

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	2
Тема	Решение стереометрических задач
Уровень сложности	Базовый

В качестве задания № 2 профильного ЕГЭ по математике предлагаются задачи по стереометрии, требующие знаний свойств и формул для вычисления геометрических величин следующих тел: куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, шара и конуса, а также комбинации этих фигур.

Важно знать:

- определения, формулы, теоремы планиметрии;
- формулы вычисления объёмов: для призмы $V = S_{\text{осн.}} \cdot h$, где $S_{\text{осн.}}$ – площадь основания призмы, h – ее высота; для кругового цилиндра с радиусом основания R эта формула принимает вид $V = \pi R^2 h$; для прямоугольного параллелепипеда $V = abc$, где a, b и c – длины соседних рёбер параллелепипеда; для куба $V = a^3$; для пирамиды $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$, где h – высота пирамиды, $S_{\text{осн.}}$ – площадь её основания; для кругового конуса с радиусом основания R эта формула принимает вид $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h$; для шара $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, где R – радиус шара;
- формулы площади поверхности: цилиндр $S = 2\pi R(h + R)$, конус $S = \pi R(R + l)$, сфера $S = 4\pi R^2$.

- отношение периметров, площадей и объёмов подобных фигур: $\frac{P_1}{P_2} = k$, $\frac{S_1}{S_2} = k^2$, $\frac{V_1}{V_2} = k^3$.

Эти формулы, как определения и свойства фигур в пространстве, нужно **выучить или уметь выводить!**

Важно уметь решать базовые задачи на нахождение расстояний и углов в пространстве, применять формулы для нахождения площади поверхности или объёма тела, которое может быть представлено как комбинация известных многогранников и тел вращения, распознавать призмы и пирамиды, которые являются частью исходного многогранника.

Пример 1. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 1. Найдите его площадь поверхности.

Решение. Высота и рёбра такого параллелепипеда равны диаметру сферы, поэтому это куб с ребром 2. Площадь его поверхности равна $6 \cdot 4 = 24$.

Ответ: 24.

Пример 2. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объём параллелепипеда.

Решение. Объём прямоугольного параллелепипеда можно вычислить по формуле: $V = S_{\text{осн.}} \cdot h$, где $S_{\text{осн.}} = 12$ – известная площадь грани, а $h = 4$ – длина ребра, перпендикулярного этой грани, т.е. совпадающего с высотой в прямоугольном параллелепипеде. Имеем $V = 12 \cdot 4 = 48$.

Ответ: 48.

Пример 3. Объём конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса.

Решение. Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объёмы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объём меньшего конуса в 8 раз меньше объёма большего конуса.

Ответ: 2.